

Chapter 3. Bonds and interest rates

Lê Thị Thanh An





Outline – Nội dung chính của chương

- Type of rates (một số loại lãi suất thông dụng)
- Bond pricing (trái phiếu và định giá trái phiếu)
- Spot rate or zero rate (lãi suất giao ngay)
- Forward rate (lãi suất kỳ hạn)
- Duration of bond portfolio (thời gian đáo hạn của danh mục trái phiếu)

1. Type of rates



Types of rates - một số lãi suất

- Treasury rates (lãi suất kho bạc)
- Overnight rates (lãi suất qua đêm)
- Repo rates (lãi suất hợp đồng mua lại)
- LIBOR (London Interbank Offered Rate - lãi suất liên ngân hàng London)
- SOFR (secured overnight funding rate - lãi suất huy động vốn qua đêm)



Treasury Rate - Lãi suất kho bạc

- Rate on instrument issued by a government in its own currency (lãi suất của các sản phẩm tài chính do chính phủ phát hành, tính theo nội tệ).



Overnight Rates - Lãi suất qua đêm

- Unsecured borrowing and lending between banks as they adjust the reserve requirements they are required to keep with the central bank.
- Referred to as the Fed Funds Rate in the U.S.
- The effective fed funds rate is the weighted average of the rates on brokered transactions.
- Central bank may intervene with its own transactions to raise or lower the overnight rate.



Repo Rate - Lãi suất mua lại

- Repurchase agreement is an agreement where a financial institution that owns securities agrees to sell them for X and buy them back in the future (usually the next day) for a slightly higher price, Y
- The financial institution obtains a loan.
- The rate of interest is calculated from the difference between X and Y and is known as the repo rate.



LIBOR - Lãi suất liên NH London

- LIBOR is the rate of interest at which a AA-rated bank estimates it can borrow money on an unsecured basis from another bank at 11am.
- Several currencies and maturities
- There have been some suggestions that banks manipulated LIBOR during certain periods. Why would they do this?



LIBOR phase out - LIBOR bị thay thế

- Regulators plan to phase out LIBOR by the end of 2021 and replace it with rates based on transactions observed in the overnight market.
- The new reference rates (e.g., for a 3-month period) will be calculated at the end of the period as the compounded overnight rates for that period (Tỷ giá tham chiếu mới (ví dụ trong khoảng thời gian 3 tháng) sẽ được tính vào cuối kỳ như lãi suất tổng hợp qua đêm cho khoảng thời gian đó).



The New Reference Rates - một số lãi suất tham chiếu mới

- **US dollar: SOFR (secured overnight funding rate - lãi suất huy động vốn qua đêm)**

SOFR is calculated from repos and is therefore a secured rate.

- **GBP: SONIA (sterling overnight index average)**
- **EU: ESTER (euro short-term rate)**
- **Switzerland: SARON (Swiss average overnight rate)**
- **Japan: TONAR (Tokyo average overnight rate)**

The others are calculated from unsecured overnight borrowing and lending between banks.



The Risk-Free Rate - Lãi suất phi rủi ro

- The Treasury rate is considered to be artificially low because:
 - Banks are not required to keep capital for Treasury instruments.
 - Treasury instruments are given favorable tax treatment in the U.S.
- **The new reference rates are considered to be proxies for the risk-free rate (những lãi suất tham chiếu mới, ví dụ SOFR, được xem như đại diện của lãi suất phi rủi ro)**
- Other “risky” reference rates incorporating a credit spread may be developed.

2. Bond pricing



Impact of Compounding (Table 4.1)

Tác động của việc gộp lãi suất

When we compound m times per year at rate R , an amount A grows to $A(1 + R/m)^m$ in one year.

Compounding frequency	Value of \$100 in one year at 10%
Annual ($m = 1$)	110.00
Semiannual ($m = 2$)	110.25
Quarterly ($m = 4$)	110.38
Monthly ($m = 12$)	110.47
Weekly ($m = 52$)	110.51
Daily ($m = 365$)	110.52



Continuous Compounding (Equation 4.2)

Lãi gộp liên tục

- In the limit as we compound more and more frequently, we obtain continuously compounded interest rates.
- \$100 grows to $\$100e^{RT}$ when invested at a continuously compounded rate R for time T
- \$100 received at time T discounts to $\$100e^{-RT}$ at time zero when the continuously compounded discount rate is R



Conversion Formulas (Equations 4.3 and 4.4)

Công thức chuyển đổi lãi suất

Define

R_c : continuously compounded rate

R_m : same rate with compounding m times per year

$$R_c = m \ln \left(1 + \frac{R_m}{m} \right)$$

$$R_m = m \left(e^{R_c/m} - 1 \right)$$



Examples - ví dụ

- 10% with semiannual compounding is equivalent to $2 \ln(1.05) = 9.758\%$ with continuous compounding
- 8% with continuous compounding is equivalent to $4(e^{0.08/4} - 1) = 8.08\%$ with quarterly compounding
- Rates used in option pricing are nearly always expressed with continuous compounding.



Zero Rates - Lãi suất giao ngay

A zero rate (or spot rate), for maturity T is the rate of interest earned on an investment that provides a payoff only at time T .

Lãi suất giao ngay đối với kỳ hạn T là lãi suất thu được từ một khoản đầu tư chỉ mang lại khoản hoàn vốn tại thời điểm T .



Example - ví dụ (Table 4.2)

<i>Maturity - thời gian đáo hạn (years)</i>	<i>Zero rate - lãi suất giao ngay (% cont. comp.)</i>
0.5	5.0
1.0	5.8
1.5	6.4
2.0	6.8



Bond Pricing - Định giá trái phiếu

- To calculate the cash price of a bond, we discount each cash flow at the appropriate zero rate.
- In our example, the theoretical price of a two-year bond providing a 6% coupon semiannually is:

$$3e^{-0.05 \times 0.5} + 3e^{-0.058 \times 1.0} + 3e^{-0.064 \times 1.5} + 103e^{-0.068 \times 2.0} = 98.39$$



Bond Yield- Lợi tức trái phiếu

- The bond yield is the discount rate that makes the present value of the cash flows on the bond equal to the market price of the bond.
- Suppose that the market price of the bond in our example equals its theoretical price of 98.39.
- The bond yield (continuously compounded) is given by solving

$$3e^{-y \times 0.5} + 3e^{-y \times 1.0} + 3e^{-y \times 1.5} + 103e^{-y \times 2.0} = 98.39$$

to get $y = 0.0676$ or 6.76%.



Par Yield - Lợi tức ngang giá

- The par yield for a certain maturity is the coupon rate that causes the bond price to equal its face value.
- In our example, we solve

$$\frac{c}{2}e^{-0.05 \times 0.5} + \frac{c}{2}e^{-0.058 \times 1.0} + \frac{c}{2}e^{-0.064 \times 1.5} + \left(100 + \frac{c}{2}\right)e^{-0.068 \times 2.0} = 100$$

to get $c = 6.87$

3. Rate determination



Determine Zero Curve (Table 4.3)

Xác định đường lãi suất giao ngay

<i>Bond Principal - Mệnh giá trái phiếu</i>	<i>Time to Maturity (yrs) - Thời gian đáo hạn</i>	<i>Coupon per year (\$)* - Coupon hàng năm</i>	<i>Bond price (\$) - Giá trái phiếu</i>
100	0.25	0	99.6
100	0.50	0	99.0
100	1.00	0	97.8
100	1.50	4	102.5
100	2.00	5	105.0

* Half the stated coupon is paid every six months (Một nửa giá trị coupon sẽ được trả mỗi 6 tháng).



The Bootstrap Method - Phương pháp Bootstrap để tính lãi suất giao ngay

(1/2)

- An amount 0.4 can be earned on 99.6 during 3 months.
- Because $100 = 99.4e^{0.01603 \times 0.25}$ the 3-month rate is 1.603% with continuous compounding
- Similarly, the 6-month and 1-year rates are 2.010% and 2.225% with continuous compounding



The Bootstrap Method - Phương pháp bootstrap tính lãi suất giao ngay (2/2)

- To calculate the 1.5 year rate, we solve

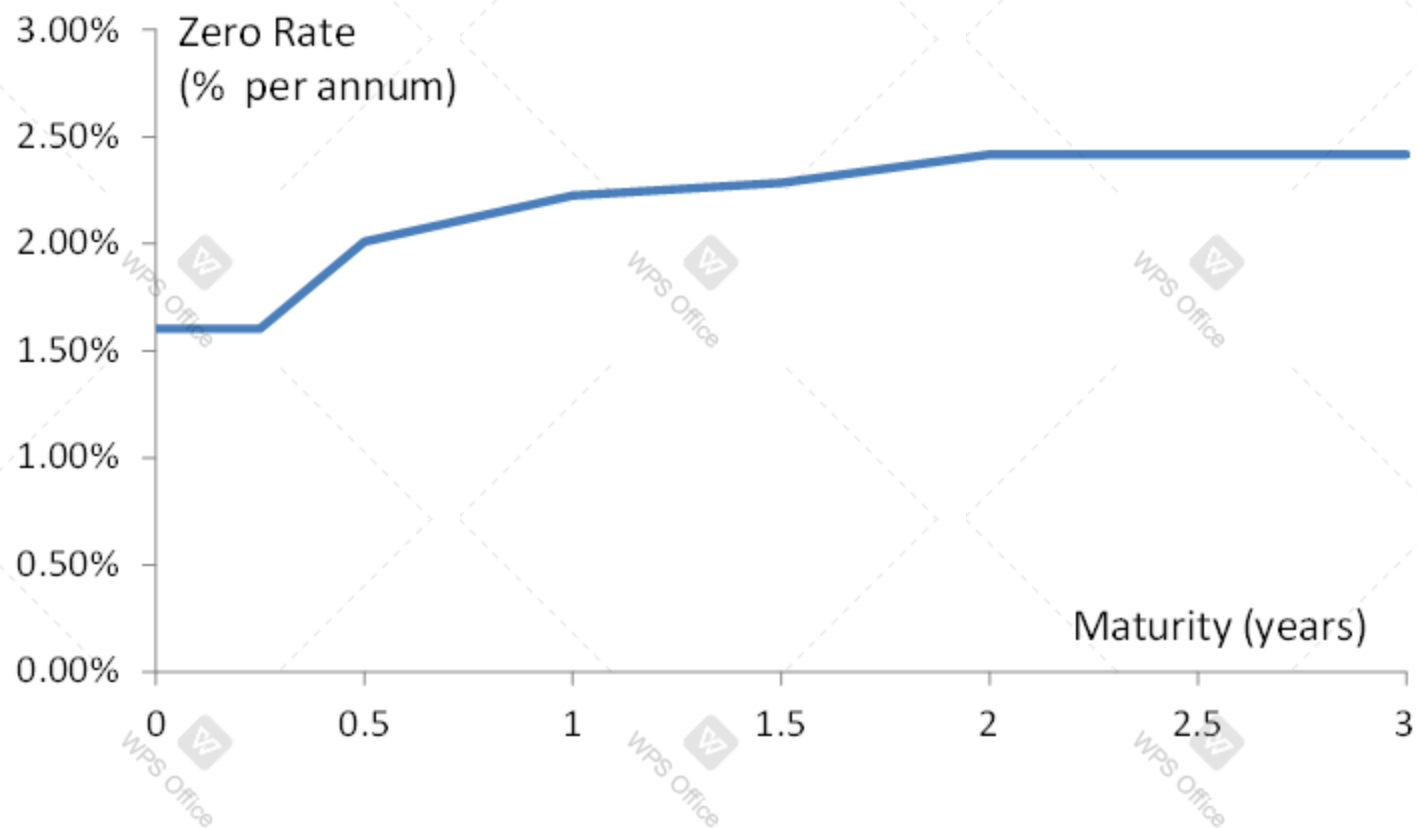
$$2e^{-0.02010 \times 0.5} + 2e^{-0.02225 \times 1.0} + 102e^{-R \times 1.5} = 102.5$$

- to get $R = 0.02284$ or 2.284%
- Similarly, the two-year rate is 2.416%.



Zero Curve calculated from data

Đường lãi suất giao ngay từ dữ liệu (Figure 4.1 Hull's book)





Forward rates - Lãi suất kỳ hạn

- Assume that there is a financial contract (similar to a loan) which begins in the future, say T_1 years from now. The contract has maturity at time T_2 , the interest rate of this contract is called the forward rate from time T_1 to T_2 .
- Giả sử rằng có một hợp đồng tài chính (tương tự như một khoản vay) bắt đầu trong tương lai, giả sử là T_1 năm kể từ bây giờ. Hợp đồng có thời gian đáo hạn tại thời điểm T_2 , lãi suất của hợp đồng này được gọi là lãi suất kỳ hạn từ thời điểm T_1 đến T_2 .



Forward rates – Lãi suất kỳ hạn

- To calculate the forward rate we denote R_1 , R_2 as the zero rates (or yields of maturity of zero-coupon bonds) of maturities in T_1 years, T_2 years; and $R_F(T_1, T_2)$ as the forward rates from T_1 -th year to T_2 -th year in the future.
- Để tính toán lãi suất kỳ hạn, chúng ta ký hiệu R_1 , R_2 là lãi suất giao ngay (chính là lợi suất khi đáo hạn của trái phiếu zero-coupon) của các kỳ hạn trong T_1 năm, T_2 năm; và $R_F(T_1, T_2)$ là lãi suất kỳ hạn từ năm thứ T_1 đến năm thứ T_2 trong tương lai.



Forward rates - Lãi suất kỳ hạn

- If the markets are arbitrage free, a principle invest in for T_2 years should be the same either with T_2 -year zero rate R_2 for the whole period, or with combination of zero rate R_1 for time from 0 to T_1 and forward rate $R_F(T_1, T_2)$ from T_1 to T_2 .
- Nếu thị trường không có kinh doanh chênh lệch giá, một khoản đầu tư trong T_2 năm phải giống nhau trong 2 trường hợp: với lãi suất giao ngay T_2 -năm là R_2 trong cả thời kỳ, hoặc là kết hợp của lãi suất giao ngay R_1 trong thời gian từ 0 đến T_1 và lãi suất kỳ hạn $R_F(T_1, T_2)$ từ T_1 đến T_2 . Do đó

$$e^{R_2 T_2} = e^{R_1 T_1} \times e^{R_F(T_1, T_2) \times (T_2 - T_1)} \leftrightarrow R_F(T_1, T_2) = \frac{R_2 T_2 - R_1 T_1}{T_2 - T_1}.$$



Formula for forward rates - Công thức lãi suất kỳ hạn

From the previous formula - từ công thức trên

$$R_F(T_1, T_2) = R_2 + (R_2 - R_1) \frac{T_1}{T_2 - T_1}.$$

- This formula is only approximately true when rates are not expressed with continuous compounding. (Công thức này chỉ gần đúng trong trường hợp lãi suất không được gộp bằng cách tính lãi kép liên tục).
- Từ công thức này, nếu $R_2 > R_1$, thì $R_F > R_2$. Điều đó có nghĩa là nếu đường cong lãi suất giao ngay đi lên giữa T_1 và T_2 , thì lãi suất kỳ hạn trong khoảng thời gian (T_1, T_2) lớn hơn lãi suất giao ngay khi đáo hạn T_2 và ngược lại.



Application - Ứng dụng (Table 4.5)

Forward rates can be calculated from zero rates - Lãi suất kỳ hạn có thể được tính từ lãi suất giao ngay

<i>Year (n) - năm</i>	<i>Zero rate for n-year investment (% per annum) Lãi suất giao ngay cho n-năm</i>	<i>Forward rate for nth year (% per annum) Lãi suất kỳ hạn cho năm thứ n</i>
1	3.0	
2	4.0	5.0
3	4.6	5.8
4	5.0	6.2
5	5.3	6.5



Application - Ứng dụng

Zero rates can be calculated from forward rates - Lãi suất giao ngay có thể được tính từ lãi suất kỳ hạn (vì R_2 có thể tính thông qua R_F và R_1 - cùng một công thức)

Year (i) Năm (i)	forward rate for year i (%) lãi suất kỳ hạn cho năm i (%)	i-year zero rate (%) lãi suất giao ngay i năm (%)
1	6	6
2	7	6.5
3	8	7



Exercises - Bài tập

- The 1-year, 2-year and 3-year zero coupon bonds with face value \$1000 are priced as follows (Trái phiếu không coupon kỳ hạn 1 năm, 2 năm và 3 năm mệnh giá \$1000 được định giá như sau.)

Maturity (years) - Kỳ hạn	Price (\$) - Giá
1	918
2	829
3	757

- Calculate the 1-year, 2-year, 3-year zero rates and the corresponding forward rates. (Tính lãi suất giao ngay 1 năm, 2 năm, 3 năm và lãi suất kỳ hạn tương ứng, giả thiết lãi gộp liên tục).



Instantaneous forward rate- Lãi suất kỳ hạn tức thời

- The instantaneous forward rate for a maturity T is the forward rate that applies for a very short time period starting at T .
- Lãi suất kỳ hạn tức thời cho kỳ hạn T là lãi suất kỳ hạn áp dụng cho một khoảng thời gian rất ngắn bắt đầu từ T . Từ công thức lãi suất kỳ hạn, ta có

$$R + T \frac{\partial R}{\partial T}$$

where R is the T -year rate.

So R could be a function of time.



Forward Rate Agreement – thỏa thuận lãi suất kỳ hạn

- A forward rate agreement (FRA) is an OTC agreement that the actual rate applicable to a certain period will be exchanged for a predetermined rate, R_K with both being applied to a predetermined principal
- Thỏa thuận lãi suất kỳ hạn (FRA) là một thỏa thuận mà lãi suất thực tế áp dụng cho một thời hạn nhất định sẽ được trao đổi với một lãi suất xác định trước, R_K - cả hai được áp dụng cho một khoản tiền gốc xác định.



Example – Ví dụ

- An F R A entered into **some time ago** states that a company will receive 5.8% (**s.a.**) and pay S O F R on a principal of \$100 million starting in 1.5 years.
- Forward S O F R for the period between 1.5 and 2 years is 5% (**s.a.**)
- The 2 year (S O F R) risk-free rate is 4% with continuous compounding.
- The value of the F R A (in \$ millions) is

$$100 \times (0.058 - 0.050) \times 0.5 \times e^{-0.04 \times 2} = 0.3692$$

Sensitivity of bond prices to yields - Mức độ thay đổi của giá trái phiếu với lãi suất



Interest fluctuation and bond price - Biến động lãi suất và giá trái phiếu

Example. a. There is a 10-year zero-coupon bond with face value of \$2000. What should be the market price for the bond, if the 10-year zero rate is 5% and compounded continuously.

b. Compute the price if after 6 months the 9.5-year zero rate is 1) 6% or 2) 4%.

Ví dụ. a. Có một trái phiếu zero-coupon kỳ hạn 10 năm với mệnh giá \$2000. Giá thị trường của trái phiếu phải là bao nhiêu, nếu lãi suất giao ngay kỳ hạn 10 năm là 5% và cộng gộp liên tục?

b. Xác định giá mới của trái phiếu nếu sau 6 tháng, lãi suất giao ngay kỳ hạn 9,5 năm là 1) 6% hoặc 2) 4%.



Solution – Lời giải

a. If the average discount rate is 5% compounded continuously, then the bond price should be

Nếu lãi suất chiết khấu trung bình là 5% được gộp liên tục, thì giá trái phiếu ban đầu sẽ là

$$2000 \times e^{-0.05 \times 10} \approx 1213.06 (\$).$$



Solution – Lời giải

b. The expected price after 6 months in the original 10-year zero rate is (Giá kỳ vọng sau 6 tháng theo lãi suất giao ngay kỳ hạn 10 năm ban đầu là)

$$2000 \times e^{-0.05 \times 9.5} \approx 1243.77 (\$).$$

In fact, after 6 months, the 9.5-year zero rate increases to 6%. The new price of the bond is (Trên thực tế, sau 6 tháng, lãi suất giao ngay kỳ hạn 9,5 năm tăng lên 6%. Giá mới của trái phiếu lúc này là)

$$2000 \times e^{-0.06 \times 9.5} \approx 1131.05 (\$).$$

If after 6 months, the 9.5-year zero rate decreases to 4%. The new price of the bond is (Nếu sau 6 tháng, lãi suất giao ngay kỳ hạn 9,5 năm chỉ còn 4%. Giá mới của trái phiếu lúc đó là)

$$2000 \times e^{-0.04 \times 9.5} \approx 1367.72 (\$).$$



Bond and yield - Trái phiếu & lãi suất

- We see that debt securities such as bonds has interest risk because their prices depend on interest rates. In this section we will study some method of quantifying interest rate risk and sensitivity of bond prices to yields. Another way of speaking, here we can manage risks in bond portfolios.
- Chúng ta thấy rằng chứng khoán nợ như trái phiếu có rủi ro lãi suất vì giá của chúng phụ thuộc vào lãi suất. Trong phần này chúng ta sẽ tìm hiểu một số phương pháp định lượng rủi ro lãi suất và độ nhạy (biến động) của giá trái phiếu đối với lãi suất. Nói một cách khác, ở đây chúng ta có thể quản trị rủi ro của danh mục đầu tư trái phiếu.



Macauley duration of a coupon bond - Thời hạn Macauley của trái phiếu coupon

- One way to quantify the interest rate risk is by using bond duration. Longer term bonds have higher interest rate risk, because their prices are sensitive to rate changes.
- Một cách để xác định rủi ro lãi suất là sử dụng thời hạn của trái phiếu. Trái phiếu dài hạn hơn có rủi ro lãi suất cao hơn, bởi vì giá của chúng biến động với sự thay đổi lãi suất.



Macauley duration - Thời gian đáo hạn

Macauley

- The *duration* of a bond, is a measure of how long the bondholder has to wait until receiving the present value of the cash payment. A T -year zero-coupon bond would have a duration of T years because there is only one payment at the end. However, a T -year coupon bond would have a duration of less than T years, because some coupons are paid before the bond maturity.
- Thời hạn của trái phiếu, là thời gian mà trái chủ phải đợi cho đến khi nhận được giá trị hiện tại của khoản thanh toán bằng tiền mặt. Một trái phiếu không coupon kỳ hạn T năm sẽ có thời hạn T năm vì chỉ có một khoản thanh toán cuối kỳ. Tuy nhiên, trái phiếu **coupon** kỳ hạn T năm sẽ có thời hạn dưới T năm, bởi vì một số khoản lãi được thanh toán trước khi đáo hạn.



Bond price – giá trái phiếu

- Assume that a bond gives a total cash flow c_i at time t_i , ($i= 1, 2, \dots n$). The bond price B depends on the bond yield y (continuously compounded or annually)
- Giả sử rằng một trái phiếu cho tổng dòng tiền c_i tại thời điểm t_i , ($i= 1, 2, \dots n$). Giá trái phiếu B phụ thuộc vào lợi suất trái phiếu y (gộp liên tục hoặc theo chu kỳ năm):

$$B = \sum_{i=1}^n c_i e^{-y t_i}; \quad (B = \sum_{i=1}^n c_i (1 + y)^{-t_i}).$$



Duration – Thời gian đáo hạn (Equation 4.8)

- Macaulay duration (Thời hạn Macaulay):

$$D = \sum_{i=1}^n t_i \times \frac{c_i e^{-yt_i}}{B}; \quad (D = \sum_{i=1}^n t_i \times \frac{c_i (1+y)^{-t_i}}{B}).$$

The second term is the contributed proportion of the present value of the cash flow at time t_i to the bond price. The bond price is the sum of all n the present value. So, the duration is defined as a weighted average of the times when the amount c_i is paid, and the weight applied to time t_i being the contributed proportion provided by the payment at time t_i .

Số hạng thứ hai là tỷ trọng đóng góp của giá trị hiện tại của dòng tiền tại thời điểm t_i vào giá trái phiếu. Giá trái phiếu là tổng của tất cả n giá trị hiện tại. Vì vậy, thời hạn được định nghĩa là trung bình có trọng số của các thời điểm khi số tiền c_i được thanh toán, và trọng số áp dụng cho thời điểm t_i là tỷ lệ đóng góp của khoản thanh toán tại thời điểm t_i .



Key Duration Relationship (1 of 2)

- Because the derivative (Bởi vì đạo hàm)

$$\frac{dB}{dy} = \sum_{i=1}^n -t_i c_i e^{-yt_i} = -DB$$

is usually negative, so when the yield y increases then bond price B decreases and vice versa. We derive the formula for the absolute change of the bond price

thường âm, vì vậy khi lợi suất y tăng thì giá trái phiếu B giảm và ngược lại. Chúng ta rút ra công thức cho sự thay đổi tuyệt đối của giá trái phiếu

$$dB = -DBdy; \quad \Delta B \approx -DB\Delta y. \quad (1)$$



The variance (Phương sai)

Variance of relative change in the bond price

$$\text{var}\left(\frac{dB}{B}\right) = D^2 \text{var}(dy); \quad \text{var}\left(\frac{\Delta B}{B}\right) \approx D^2 \text{var}(\Delta y).$$

- Hence, the standard deviation of relative bond price change is approximately the linear function of standard deviation of the bond yield change.
- Do đó, độ lệch chuẩn của sự thay đổi tương đối của giá trái phiếu xấp xỉ hàm tuyến tính của độ lệch chuẩn của sự thay đổi lợi suất trái phiếu.



Key Duration Relationship (2 of 2)

- When the yield y is expressed with compounding m times per year (Khi y tính gộp m lần trong một năm)

$$\Delta B = - \frac{BD\Delta y}{1 + y/m}$$

- The “modified duration”, $D_m = \frac{D}{1 + y/m}$, help the formula is simpler:

$$\Delta B \approx - D_m B \Delta y; \quad \frac{\Delta B}{B} \approx - D_m \Delta y.$$

So it is similar to the continuous case.



Example - Ví dụ

Một trái phiếu coupon kỳ hạn 5 năm mệnh giá \$5000, lãi suất coupon 7% được trả hàng năm. Lợi suất đến ngày đáo hạn là 8%, được cộng gộp liên tục.

- Tìm thời hạn Macaulay của trái phiếu.
- Sử dụng kết quả trong câu (a), dự đoán sự thay đổi giá tương đối của trái phiếu nếu lợi tức tăng 10 điểm cơ bản (tức là 0,1%)
- Tính toán trực tiếp sự thay đổi giá tương đối của trái phiếu và so sánh với dự đoán trong phần b.



Exercises – bài tập

Giải bài tập phía trên trong trường hợp lợi suất là 8% và được biểu thị bằng lãi kép hàng năm.

- Gợi ý: Sử dụng thời hạn điều chỉnh tương ứng với lợi suất được biểu thị với tần suất kép $m = 1$ mỗi năm.



Duration of bond portfolios - Thời hạn của danh mục trái phiếu

- We can define the *duration of a bond portfolio* as a weighted average of all the bond durations in the portfolio. The weights are being proportional to the individual bond prices.
- Chúng ta có thể định nghĩa thời hạn của danh mục đầu tư trái phiếu là giá trị bình quân gia quyền của tất cả các thời hạn trái phiếu trong danh mục đầu tư. Trọng số tỷ lệ với giá của mỗi trái phiếu.



Bond Portfolios

- The key duration relationship for a bond portfolio describes the effect of small parallel shifts in the yield curve.
- Mỗi quan hệ về thời gian đối với danh mục đầu tư trái phiếu mô tả ảnh hưởng của những dịch chuyển song song nhỏ trong đường cong lợi suất.
- What exposures remain if duration of a portfolio of assets equals the duration of a portfolio of liabilities?
- Mức độ rủi ro sẽ như thế nào nếu thời hạn của một danh mục tài sản bằng với thời hạn của danh mục nợ phải trả?



Convexity and bond price movement - Độ lồi và biến động giá trái phiếu

- Bằng cách sử dụng khai triển Taylor bậc cao, chúng ta có công thức xấp xỉ như sau

$$\Delta B = \frac{dB}{dy} (\Delta y) + \frac{1}{2} \frac{d^2 B}{dy^2} (\Delta y)^2 + \dots$$

- Do đó, đối với lợi tức được biểu thị bằng lãi kép liên tục, chúng ta có công thức dự đoán tốt hơn cho sự thay đổi giá

$$\Delta B \approx -DB\Delta y + \frac{1}{2}CB(\Delta y)^2; \quad \frac{\Delta B}{B} \approx -D\Delta y + \frac{1}{2}C(\Delta y)^2$$



Convexity (Equation 4.14)

where C is the convexity (với C là độ lồi)

$$C = \frac{1}{B} \frac{d^2 B}{dy^2} = \frac{\sum_{i=1}^n c_i t_i^2 e^{-yt_i}}{B}$$

This leads to a more accurate relationship (ta có xấp xỉ tốt hơn trước)

$$\frac{\Delta B}{B} = -D\Delta y + \frac{1}{2}C(\Delta y)^2$$

When used for bond portfolios, it allows larger shifts in the yield curve to be considered, but the shifts still have to be parallel.



Ví dụ

Xét một trái phiếu zero-coupon kỳ hạn 5 năm với mệnh giá là \$1000 và lợi suất là 6%, cộng gộp liên tục. Giả sử rằng lợi suất giảm 100 điểm cơ bản, ví dụ: $\Delta y = -0,01 = -1\%$.

- Tính trực tiếp sự thay đổi tương đối của giá trái phiếu. (5.13%)
- Sử dụng thời hạn Macaulay để ước tính sự thay đổi tương đối của giá trái phiếu. (5%)
- Sử dụng thời hạn Macaulay và độ lồi để ước tính sự thay đổi tương đối của giá trái phiếu. (5.125%)



Lời giải

a. Giá ban đầu của trái phiếu không coupon là

$$1000 e^{-(0.06 \cdot 5)} = 740.8 (\$)$$

Nếu lãi suất thay đổi, giảm 1% thì lãi suất mới là 5%, giá trái phiếu được xác định là

$$1000 e^{-(0.05 \cdot 5)} = 778.8 (\$)$$

Sự thay đổi tương đối của trái phiếu:

$$(778.8 - 740.8) / 740.8 = 0.0513 = 5.13\%$$

b. Nếu dùng thời hạn Macaulay $D = 5$ (năm) và $\Delta y = -1\%$

Ta có sự thay đổi tương đối của giá trái phiếu là

$$-D\Delta y = -5 (-1\%) = 5\%.$$



Lời giải (tiếp theo)

c. Sử dụng cả thời hạn Macaulay và độ lồi để tính xấp xỉ biến đổi tương đối của giá trái phiếu

Ta có $D = 5$ (đã biết), $C = 1000 \times 5 \times 5 \times e^{(-0.06 \times 5)} / 740.8 = 25$

Sự biến động tương đối của giá trái phiếu xấp xỉ

$$-D\Delta y + \frac{1}{2} C \Delta y^2 = -5 \times (-1\%) + 0.5 \times 25 \times (-1\%)^2 = 5.125\%$$

Kết luận: Khi giá trị Δy tương đối lớn, giá trị xấp xỉ trong câu (c) tốt hơn hơn trong câu (b), tức là nó gần giá trị gốc trong câu (a) hơn.



Theories of the Term Structure

- Expectations Theory: forward rates equal expected future zero rates (lãi suất kỳ hạn bằng lãi suất giao ngay được kỳ vọng trong tương lai).
- Market Segmentation: short, medium and long rates determined independently of each other (tỷ giá ngắn hạn, trung bình và dài hạn được xác định độc lập với nhau).
- Liquidity Preference Theory: forward rates higher than expected future zero rates (lãi suất kỳ hạn cao hơn lãi suất giao ngay kỳ vọng trong tương lai).



Liquidity Preference Theory (Table 4.7 ver 11, 4.8 ver 10)

- Suppose that the outlook for rates is flat and you have been offered the following choices (Giả sử rằng bạn có các lựa chọn sau, bạn chọn cách nào)

<i>Maturity (yrs)</i> <i>Thời hạn</i>	<i>Deposit rate</i> <i>Lãi suất tiền gửi</i>	<i>Mortgage rate</i> <i>Lãi suất vay</i>
1 year	3%	6%
5 year	3%	6%

- Which would you choose as a depositor? Which for your mortgage?



Liquidity Preference Theory (thuyết ưa chuộng tính thanh khoản) (Table 4.8)

- To match the maturities of borrowers and lenders, a bank has to increase long rates above expected future short rates. For example, the bank might offer:
- Để phù hợp với kỳ hạn của người đi vay và người cho vay, ngân hàng có thể đưa ra mức lãi suất:

<i>Maturity (yrs)</i>	<i>Deposit rate</i>	<i>Mortgage rate</i>
1 year	3%	6%
5 year	4%	7%

THANK YOU

028 37244555 www.uel.edu.vn

ĐẠI HỌC QUỐC GIA THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH
TRƯỜNG ĐẠI HỌC KINH TẾ - LUẬT

Số 669 Quốc lộ 1, Khu phố 3, Phường Linh Xuân,
TP. Thủ Đức, TP. Hồ Chí Minh.